м зучение алгоритмов лежит в основе компьютерных наук. В последние годы в этой области были достигнуты значительные успехи. Их диапазон простирается от разработки более быстродействующих алгоритмов, таких, как быстрое преобразование Фурье, до поразительного открытия, которое заключается в том, что для решения некоторых естественных задач не существует эффективных алгоритмов. Достигнутые результаты стимулировали огромный интерес к исследованию алгоритмов, и область их разработки и анализа стала стремительно расширяться. Цель данной книги — изложить основные результаты, полученные в этой области исследований, чтобы систематизировать принципы и концепции разработки алгоритмов.

Содержание книги

Анализ эффективности алгоритма выполняется на определенном вычислительном оборудовании. Книга начинается с определения моделей компьютера, достаточно простых для анализа, но в то же время точно отражающих характерные черты реальных вычислительных машин. К этим моделям относятся регистровые машины с произвольным доступом к памяти, машины с хранением программ в памяти с произвольной выборкой, а также некоторые их разновидности. Для доказательства экспоненциальных нижних оценок эффективности алгоритмов в главах 10 и 11 вводится машина Тьюринга. Поскольку общая тенденция в разработке программ состоит в отходе от использования машинных языков, для описания алгоритмов используется язык высокого уровня, называемый псевдо-Алголом (Pidgin ALGOL). Сложность программы, написанной на псевдо-Алголе, зависит от модели машины.

В главе 2 описаны основные структуры данных и приемы программирования, часто применяемые в эффективных алгоритмах — списки, стеки, очереди, деревья и графы. Приведено подробное объяснение рекурсии, метода "разделяй и властвуй" и принципов динамического программирования, а также приводятся примеры их использования.

В главах 3–9 указаны разнообразные области, в которых могут применяться фундаментальные методы из главы 2. В этих главах основное внимание уделяется построению асимптотически наиболее эффективных алгоритмов. С асимптотической точки зрения некоторые из рассматриваемых алгоритмов эффективны лишь для входных данных, длина которых намного больше, чем встречающиеся на практике. В частности, это утверждение справедливо для некоторых алгоритмов умножения матриц из главы 6, метода умножения целых чисел Шёнхаге—Штрассена

¹Первое издание книги вышло в 1974 г. — *Примеч. ред.*

из главы 7 и отдельных алгоритмов, предназначенных для работы с полиномами и целыми числами из главы 8.

С другой стороны, большинство алгоритмов сортировки из главы 3, поиска из главы 4, алгоритмов на графах из главы 5, быстрое преобразование Фурье из главы 7 и алгоритмы сравнения строк из главы 9 используются широко, поскольку размеры входных данных, для которых эти алгоритмы являются эффективными, достаточно небольшие и реалистичные для прикладных задач.

В главе 10–12 обсуждаются нижние границы сложности вычислений. Как для разработки программ, так и для понимания природы вычислений представляет интерес истинная вычислительная сложность задачи. В главе 10 изучается важный класс, состоящий из NP-полных задач. Все задачи из этого класса являются эквивалентными по вычислительной сложности, т.е. если одна из них имеет эффективное решение (с полиномиально ограниченным временем), то и все NP-полные задачи имеют эффективные решения. Поскольку этот класс содержит много практически важных и хорошо изученных задач, таких, как задача целочисленного программирования или задача о коммивояжере, то можно предположить, что ни одну из задач этого класса невозможно решить эффективно. Следовательно, если разработчику программы известно, что задача, для которой он пытается найти эффективный алгоритм, является NP-полной, то у него есть все основания попытаться применить эвристические подходы. Вопрос, имеют ли NP-полные задачи эффективные решения, остается открытым, хотя существует огромное число эмпирических свидетельств обратного.

В главе 11 описаны конкретные задачи, для которых можно доказать, что эффективных алгоритмов их решения действительно не существует. Материал глав 10 и 11 основан на использовании понятия машины Тьюринга, введенного в разделах 1.6 и 1.7.

В последней главе мы исследуем понятие сложности вычислений в разрезе линейной независимости в векторных пространствах. В этой главе исследуются методы доказательства нижних оценок для гораздо более простых задач, чем рассмотренные в главах 10 и 11.

Как пользоваться книгой

Эта книга задумана как вводный курс по разработке и анализу алгоритмов. Мы уделили особое внимание идеям и простоте понимания, а не реализации или программистским приемам. Во многих местах вместо длинных нудных доказательств мы приводим лишь неформальные интуитивные объяснения. Книга является самодостаточной и не требует от читателей специальной подготовки ни по математике, ни по языкам программирования. Однако желательно, чтобы читатели хорошо понимали математические понятия, а также владели языками программиро-

вания высокого уровня, такими как Фортран или Алгол. Для полного понимания глав 6-8 и 12 необходимы некоторые знания линейной алгебры.

Эта книга использовалась при чтении специальных курсов по разработке алгоритмов на младших и старших курсах. За один семестр изучался материал, охватывающий большую часть глав 1–5, 9 и 10, а также кратко излагались остальные главы. На младших курсах основной упор делался на материал глав 1–5, но разделы 1.6, 1.7, 4.13, 5.11 и теорема 4.5 обычно не изучались. Книгу можно также использовать для более глубоких спецкурсов с акцентом на теорию алгоритмов. Основой для этого могли бы служить главы 6–12.

В конце каждой главы приведены упражнения, предоставляющие преподавателю широкий выбор домашних заданий. Упражнения ранжированы по трудности. Упражнения без звездочек подходят для младших курсов, упражнения с одной звездочкой — для средних, а с двумя звездочками — для старших курсов. В библиографических замечаниях в конце каждой главы мы старались указать литературный источник для каждого алгоритма и результата, содержащихся в тексте и упражнениях.

Благодарности

Книга основана на конспектах лекций, читавшихся авторами в Корнеллском и Принстонском университетах, а также в Стивенсонском технологическом институте. Авторы благодарны многим людям, которые критически прочитали различные части рукописи и внесли многочисленные полезные предложения. В частности, мы хотели бы поблагодарить Келлога Бута, Стэна Брауна, Стива Чена, Алена Сайфера, Арча Дейвиса, Майка Фишера, Хейнию Гаевску, Майка Гэри, Юдая Гупту, Майка Харрисона, Матта Хекта, Гарри Ханта, Дейва Джонсона, Марка Каплана, Дона Джонсона, Стива Джонсона, Брайана Кернигана, Дона Кнута, Ричарда Лэднера, Аниту Ла-Саль, Дуга Мак-Илроя, Альберта Мейера, Кристоса Пападимитриу, Билла Плогера, Джона Сэвиджа, Ховарда Зигеля, Кена Стейглица, Лэрри Стокмейера, Тома Жимански и Теодора Ена.

Мы выражаем особую благодарность Джеме Карневейл, Полине Камерон, Ханне Крессе, Эдит Персер и Руфи Сузуки за быструю и качественную перепечатку рукописи.

Авторы также благодарны фирме Bell Laboratories и Корнеллскому университету, Принстонскому университету и Калифорнийскому университету в Беркли за предоставленные возможности для подготовки рукописи.

Июнь 1974

Альфред Ахо Джон Хопкрофт Джефри Ульман

От издательства

Вы, читатель этой книги, — ее главный критик и комментатор. Мы ценим ваше мнение и хотим знать, что мы сделали правильно, что можно было сделать лучше и что еще вы хотели бы увидеть изданным нами. Нам интересно услышать и любые другие ваши замечания в наш адрес.

Мы ждем ваших комментариев и надеемся на них. Вы можете прислать нам электронное письмо или зайти на наш веб-сайт и оставить свои замечания там. Одним словом, любым удобным для вас способом дайте нам знать, нравится или нет вам эта книга, а также выскажите свое мнение о том, как сделать наши книги более интересными для вас.

Отправляя письмо или оставляя сообщение, не забудьте указать название книги и ее авторов, а также ваш электронный адрес. Мы внимательно ознакомимся с вашим мнением и обязательно учтем его при отборе и подготовке к изданию следующих книг.

Наши электронные адреса:

E-mail: info.dialektika@gmail.com WWW: http://www.dialektika.com